

Regla de Cramer.

Permite resolver sistemas de ecuaciones lineales compatibles determinados, es decir, con una única solución.

El sistema de ecuaciones se puede escribir en forma matricial como:

$$A \cdot X = b$$

donde: A es la matriz de coeficientes

X es la matriz columna con las incógnitas

b es la matriz columna con los términos independientes

Bajo estas condiciones, la regla de Cramer es la siguiente:

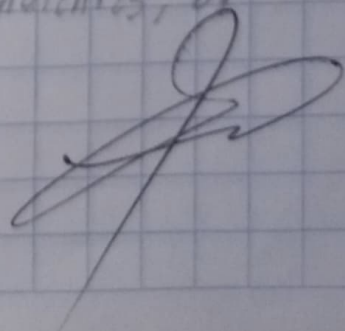
La incógnita x_i del sistema $AX = b$ es

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

Donde A_i es la matriz A , pero cambiando la columna i de A por la columna de términos independientes, b .

Ejemplo: 3×3

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ -2x + y - 7z = 0 \\ 3x - y + 8z = 2 \end{cases}$$



Primero se calcula el determinante de la matriz de coeficientes de sistema por la regla de Sarrus

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot 8 + 2 \cdot (-7) \cdot 3 + (-2) \cdot (-1) \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) \cdot 8 - 3 \cdot (-7) \cdot (-1) = -8$$

$$-8 \neq 0$$

Como el determinante es distinto de cero, la matriz es regular y el sistema tiene una única solución (sistema compatible determinado)

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -7 \\ 2 & -2 & 8 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{-28}{-8} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -7 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{28}{-8} = -\frac{7}{2}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{-8} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}$$